

TEST B

1. Soit la fonction f définie par

$$f(x) = (x - 1)^2 e^{-x}.$$

1. Montrer que f est de classe \mathcal{C}^2 sur son ensemble de définition, que l'on précisera.
2. Calculer la dérivée première et la dérivée seconde de f .
3. Écrire le développement limité à l'ordre de 2 de f en 0.
4. Écrire l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en 0, et préciser la position de la courbe par rapport à la tangente en ce point.
5. Donner l'approximation affine de f en 0 et en déduire une valeur approchée de $0,81 e^{-0,1}$.
6. f admet-elle des extrema sur son ensemble de définition. Si oui, sont-ils globaux? Justifier.
7. Tracer sommairement la courbe représentative de f dans un repère orthonormé. On placera aussi sur ce graphique la tangente en 0.
8. Calculer l'élasticité de f en tout point.
9. Dans toute cette question, on se place en $x_0 = 2$.
 - (a) On suppose que x augmente de 0,1 à partir de 2. De combien varie f ?
 - (b) On observe que f a diminué de 5%. Quelle variation relative de la variable x a provoqué ce changement (on demande une valeur approchée, exprimée en pourcentage)? Quelle est la nouvelle valeur de x ?