Solutions TD3

Exercice 1.28

1. fg:

$$\begin{aligned} e_{fg}(x) &= x\frac{(fg)'}{fg} \\ &= x\frac{(f'g+fg')}{fg} \\ &= e_f(x)+e_g(x) \end{aligned}$$

2. f/g:

$$\begin{aligned} e_{f/g}(x) &= x\frac{(f/g)'}{f/g} \\ &= x\frac{(f'g-fg')}{fg} \\ &= e_f(x)-e_g(x) \end{aligned}$$

3. $g\circ f$:

$$\begin{aligned} e_{g\circ f}(x) &= x\frac{(g\circ f)'(x)}{(g\circ f)(x)} \\ &= x\frac{g'[f(x)]f'(x)}{g[f(x)]} \\ &= x\frac{f'(x)}{f(x)}f(x)\frac{g'[f(x)]}{g[f(x)]} \\ . &= e_f(x)e_g(f(x)) \end{aligned}$$

Exercice 1.29

On recherche f tel que $e_f(x) = k$ avec k constante. On utilise la définition d'élasticté

$$\begin{aligned} x\frac{f'(x)}{f(x)} &= k \\ (\ln(f(x)))' &= k(\ln(x))' \end{aligned}$$

Ensuite on peut integrer

$$\ln(f(x)) = k\ln(x)+a$$

avec a constante, et on exponentie

$$f(x) = c\ln(x^k)$$

avec $c=e^a$ toujours constante.

Exercice 1.31

1. Soit $p = F^{-1}(x)$ la demande inverse
2. Soit $x = kp^{-r}$, en inversant la relation on obtient $p = (x/k)^{-1/r}$ pour $k, r > 0$.

Exercice 2.32

1. Soit $f'(x) = -\frac{2}{x}e^{-x^2}(\frac{1}{x} + 2x)$, alors l'élasticité est
$$e_f(x) = -2(x^2 + 1)$$
2. Pour $\Delta x = 5\%$ et $a = 1$ une valeur approchée de la variation relative est
$$e_f(1)\Delta x = -15\%$$
3. On cherche Δx tel que $f'(1)\Delta x = 1\%$, c'est à dire $\Delta x = -2,2\%$.
4. L'élasticité de $f^2(x)$ est donnée par
$$e_{f^2}(x) = \frac{x(f^2)'(x)}{f^2(x)} = 2\frac{xf'(x)}{f(x)} = 2e_f(x)$$