Solutions TD 13

Applications économiques

Exercice 1.55 Soit $D = \{(p,q) \in \mathbb{R}^2 : p > 0, q > 0\}$.
Soient $f(p,q) = \frac{1000}{p^2 q}$ et $g(p,q) = \frac{1000}{pq^2}$.

(i) f et g sont de classe $\mathcal{C}^1$ sur D car fraction rationnelle, et le dénominateur ne s'annule pas sur D.

(ii) Demandes marginales partielles.

$\dfrac{\partial f}{\partial p} = -\dfrac{-2 \times 1000}{qp^3} = \dfrac{2f}{p}$	$\dfrac{\partial f}{\partial p} = -\dfrac{1000}{p^2 q^2} = -\dfrac{f}{q}$
$\dfrac{\partial g}{\partial p} = -\dfrac{1000}{p^2 q^2} = -\dfrac{g}{p}$	$\dfrac{\partial g}{\partial p} = \dfrac{-2 \times 1000}{q^3 p} = -\dfrac{2g}{q}$

(iii) La variation de p telle que la demande en bien X augmente de 5% est telle que

$$\frac{\triangle f(p,q)}{f(p,q)} = 5\% \simeq e_{f/p} \frac{\triangle p}{p} = -2 \frac{\triangle p}{p}$$

donc $\frac{\triangle p}{p} \simeq -\frac{5}{2}\%$.
La variation relative de la demande en bien Y est

$$\frac{\triangle g(p,q)}{g(p,q)} \simeq e_{g/p} \frac{\triangle p}{p}$$

donc $\frac{\triangle g}{g} \simeq +\frac{5}{2}\%$

(iv) Etant donné que $\triangle p = 5\%$ et que $\triangle q = -3\%$, on a

$$\frac{\triangle f}{f} \simeq e_{f/p} \frac{\triangle p}{p} + e_{f/q} \frac{\triangle q}{q} = (-2 \times 5 - 1 \times (-3))\,\% = -7\%$$

$$\frac{\triangle g}{g} \simeq e_{g/p} \frac{\triangle p}{p} + e_{g/q} \frac{\triangle q}{q} = (-1 \times 5 - 2 \times (-3))\,\% = 1\%$$

(v) Etant donné que $\frac{\triangle f}{f} = 2\%$ et que $\frac{\triangle g}{G} = 0\%$ on a

$$\begin{cases} 2 \simeq -2\frac{\triangle p}{p} - 1\frac{\triangle q}{q} \\ 0 \simeq -\frac{\triangle p}{p} - 2\frac{\triangle q}{q} \end{cases}$$

donc

$$\begin{cases} \frac{\triangle p}{p} = -0.4\% \\ \frac{\triangle q}{q} = -0.8\% \end{cases}$$