

Soutien - Semaine 6

Exercice 1. Soit la fonction f définie par $f(x, y) = \sqrt{x^2y - 2}$.

- 1) Déterminer et tracer l'ensemble de définition de f . Préciser s'il est ouvert ou non, fermé ou non, borné ou non, convexe ou non.
- 2) Déterminer et tracer les courbes de niveau k pour tout $k \in \mathbb{R}$.
- 3) Donner l'équation de la courbe de niveau passant par le point de coordonnées $(2, \frac{3}{2})$. Quelle est la valeur de f en ce point ?

Exercice 2. (Examen de Septembre 2000) On considère la fonction définie par

$$\varphi(x, y) = \ln\left(\frac{y^2}{2y - x^2}\right).$$

- 1) (a) Déterminer le domaine de définition \mathcal{D}_φ de φ et le représenter graphiquement.

(b) Montrer que φ est continue (et même de classe \mathcal{C}^1) sur son domaine de définition.
(c) \mathcal{D}_φ est-il borné ?

(d) Montrer que \mathcal{D}_φ est convexe.
- 2) Déterminer la courbe de niveau 0.