Manipulation de fonctions puissance *

Rappel 1 Pour tout $x > 0$ et pour tout réel α, x^α est défini par : $x^\alpha \stackrel{\text{déf}}{=} e^{\alpha \cdot ln(x)}$

Rappel 2 Pour tout $x > 0$ et pour tous réels α et β, on a : $\frac{x^\alpha}{x^\beta} = x^{\alpha-\beta}$ et $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$

Exercice 1 Soit $x > 0$, mettre les expressions suivantes sous la forme d'une puissance de x. Les réponses sont données entre crochets.

1. $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$ [réponse : $x^{-3/2}$]
2. $\frac{x\sqrt{x}}{x^{1/3}}$ [$x^{7/6}$]
3. $(x^2)^{1/3}$ [$x^{2/3}$]
4. $(\sqrt{x})^3$ [$x^{3/2}$]

Exercice 2 Donner la dérivée des fonctions définies par les relations suivantes. Les réponses sont données entre crochets.

1. $\forall x > 0,\ f(x) = xe^{\sqrt{x}}$ [$f'(x) = (1 + \frac{\sqrt{x}}{2})e^{\sqrt{x}}$]
2. $\forall x > 0,\ g(x) = x^\alpha ln(x)$, où α est un réel donné. [$g'(x) = x^{\alpha-1}(1 + \alpha \cdot ln(x))$]
3. $\forall x > 0,\ h(x) = x^{1/3}e^{x^2}$ [$h'(x) = e^{x^2}(\frac{x^{-2/3}}{3} + 2 \cdot x^{4/3})$]

*Degead 1. UE 13 et 15. 10 octobre 2011