

Ministère de l'Enseignement Supérieur
Université de Tunis El Manar
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis

Cours d'

ANALYSE NUMERIQUE MATRICIELLE

Henda EL FEKIH (Maître de Conférences, ENIT)

Karim GRIBAA (Maître Assistant, ENIT)

Taïeb HADHRI (Professeur, ENIT)

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUCTION À L'ANALYSE NUMÉRIQUE | 1 |
| 1.1 | Introduction générale | 5 |
| 1.2 | Principales notations et définitions | 9 |
| 1.3 | Rappels et compléments sur les matrices | 11 |
| 1.4 | Normes vectorielles et normes matricielles | 16 |
| 1.4.1 | Normes vectorielles | 16 |
| 1.4.2 | Normes matricielles | 17 |
| 1.4.3 | Normes matricielles subordonnées | 18 |
| 1.5 | Conditionnement d'un système linéaire | 24 |
| 2 | MÉTHODES DIRECTES | 29 |
| 2.1 | La méthode de Gauss | 31 |
| 2.2 | La factorisation LU d'une matrice | 39 |
| 2.3 | La factorisation de Cholesky | 43 |
| 2.4 | Méthode de Householder et factorisation QR | 47 |
| 2.4.1 | La méthode de Householder | 47 |
| 2.4.2 | La factorisation QR | 48 |
| 3 | MÉTHODES ITÉRATIVES | 53 |
| 3.1 | Introduction | 69 |
| 3.2 | Étude générale | 69 |
| 3.3 | La méthode de Jacobi | 71 |
| 3.4 | La méthode de Gauss-Seidel | 72 |
| 3.5 | La méthode de relaxation | 75 |
| 3.6 | Vitesse de convergence d'une méthode itérative | 78 |
| 4 | LA MÉTHODE DU GRADIENT CONJUGUÉ | 80 |
| 4.1 | Introduction | 55 |
| 4.2 | Les méthodes du gradient | 55 |
| 4.2.1 | La méthode du gradient à pas fixe | 57 |
| 4.2.2 | La méthode du gradient à pas optimal | 58 |
| 4.3 | La méthode du gradient conjugué | 60 |
| 4.3.1 | Description de l'algorithme du gradient conjugué | 61 |
| 4.3.2 | Choix d'un test d'arrêt | 65 |
| 4.3.3 | Nombre d'opérations | 65 |
| 4.3.4 | Préconditionnement | 66 |
| 5 | VALEURS PROPRES ET VECTEURS PROPRES | 68 |
| 5.1 | Conditionnement d'un problème de valeurs propres | 85 |
| 5.2 | La méthode de la puissance | 89 |
| 5.3 | La méthode de la puissance inverse | 92 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.3.1 | Recherche de la valeur propre de plus petit module | 93 |
| 5.3.2 | La méthode de la puissance inverse avec translation | 94 |
| 5.4 | La méthode de Jacobi | 95 |
| 5.4.1 | La méthode de Jacobi classique | 99 |
| 5.4.2 | Variantes de la méthode de Jacobi | 102 |
| 5.5 | La méthode QR | 102 |
| 5.6 | La méthode de Givens-Householder (bissection) | 103 |
| 5.6.1 | Tridiagonalisation d'une matrice symétrique (Householder) | 104 |
| 5.6.2 | La Méthode de la bissection | 106 |