

Nom :

Prénom :

Note attendue : A B C

Calculer le n -ième coefficient de $((1 + X)^n)^2$ et en déduire la valeur de $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$. Interprétation combinatoire ?

Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels de E . Montrer que $F \cup G$ est un sous-espace vectoriel si et seulement si $F \subset G$ ou $G \subset F$.

♣ Donner un exemple d'union de s.e.v. $(F_i)_{i \in I}$ qui soit un s.e.v sans qu'aucun des F_i ne contienne tous les autres.

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Montrer que si f est de classe C^1 , alors sa restriction à tout segment $[a, b]$ est Lipschitzienne.

Si f est Lipschitzienne sur \mathbb{R} , montrer qu'elle est uniformément continue. Et donner un contreexemple de fonction uniformément continue mais pas Lipschitzienne.

♠ Existe-t-il une fonction C^1 de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui soit uniformément continue mais pas Lipschitzienne ?