

Nom :

Prénom :

Note attendue : A B C

Soient  $E, F$  des ensembles et  $f : E \rightarrow F$ .

Montrer que si  $A \subset E$ , alors  $A \subset f^{-1}(f(A))$ , et que l'inclusion est une égalité si  $f$  est injective.

Montrer que si  $f$  n'est pas injective, alors il existe  $A_0 \subset E$  tel que  $A_0 \neq f^{-1}(f(A_0))$ .

Calculer la limite de  $\frac{1}{(\arctan x)^2} - \frac{1}{(\sin x)^2}$  lorsque  $x \rightarrow 0$ .

Pour  $P \in \mathbb{R}_3[X]$ , on pose  $\Phi(P) = 3XP'(X+1) - 2P(X)$ . Montrer que  $\Phi$  est un endomorphisme de  $\mathbb{R}_3[X]$  et représenter sa matrice dans la base canonique  $(1, X, X^2, X^3)$ . Peut-on diagonaliser  $\Phi$  ?