

Nom :

Prénom :

Note attendue : A B C

Soient E, F des ensembles et $f : E \rightarrow F$.

Montrer que si $A \subset E$, alors $A \subset f^{-1}(f(A))$, et que l'inclusion est une égalité si f est injective.

Montrer que si f n'est pas injective, alors il existe $A_0 \subset E$ tel que $A_0 \neq f^{-1}(f(A_0))$.

Calculer la limite de $\frac{1}{(\arctan x)^2} - \frac{1}{(\sin x)^2}$ lorsque $x \rightarrow 0$.

Pour $P \in \mathbb{R}_3[X]$, on pose $\Phi(P) = 3XP'(X+1) - 2P(X)$. Montrer que Φ est un endomorphisme de $\mathbb{R}_3[X]$ et représenter sa matrice dans la base canonique $(1, X, X^2, X^3)$. Peut-on diagonaliser Φ ?