

Nom :

Prénom :

Note attendue : A B C

Soient A, B, C trois sous-ensembles d'un ensemble E .

On pose $F = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$ et $G = (A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A)$.

Donner une phrase (courte) en français pour décrire F (sans utiliser « et » ni « ou », on pourra utiliser « deux ».)

Montrer que si $x \in A$, alors $x \in F \Leftrightarrow x \in G$. Montrer la même chose si $x \in E \setminus A$. Qu'en déduit-on ?

Calculer la limite de $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x}$ lorsque $x \rightarrow 0$.

$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & -2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ Montrer sans calcul que A est diagonalisable sur \mathbb{R} . Calculer $\text{Tr}(A)$ et $\text{rg}(A - 9I_3)$.
En déduire les valeurs propres de A et les dimensions des sous-espaces propres associés, sans calculer le polynôme caractéristique.